

N.1.

91053

Пусть x - число купюр номиналом 11 рублей, y - 13 рублей.

Тогда: $11x + 13y = 2023, x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}$.

$11x = 2023 - 13y$. Левая часть: 11, значение y правая: 11

$2023 \equiv 10 \pmod{11}$, значение $13y \equiv 10 \pmod{11}$. Исследуем остатки

остатки $13y$ от деления на 11 при различных y :

ост. $y \pmod{11}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ост. $13y \pmod{11}$	0	2	4	6	8	10	1	3	5	7	9

Получаем остаток 5. значение $y = 11k - 6$, где $k \in \mathbb{N}$.

$11x = 2023 - 13(11k - 6)$.

$11x = 2023 + 78 - 143k$;

$11 \cdot (x + 13k) = 2101 \quad | : 11$.

$x + 13k = 191$, значение $\begin{cases} x = 191 - 13k, k \in \mathbb{N} \\ y = 11k - 6, k \in \mathbb{N} \end{cases}$

Поскольку

$x \in \mathbb{N}$, то $191 - 13k > 0$,

~~$k < \frac{191}{13}$~~ , $k \leq 14$. Тогда $1 \leq k \leq 14$, но еще

всего 14 значений: (178; 5); (165; 16); (152; 27); (139; 38);

(126; 49); (113; 60); (100; 71); (87; 82); (74; 93); (61; 104);

(48; 115); (35; 126); (22; 137); (9; 148). Всего: 14 значений.

(7)

№4.

$$x^2 - x - 3 = 0. \quad a - \text{корень}, \quad a = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}.$$

$$\frac{3(a^3+1)}{a^5-a^4-a^3+a^2} = \frac{3 \cdot (a+1) \cdot (a^2-a+1)}{a^2 \cdot (a+1) \cdot (a-1)^2} = \frac{3}{a^2} \cdot \frac{a^2-a+1}{(a-1)^2} = 1.$$

$$\frac{9}{a^2} \cdot \left(1 + \frac{a}{(a-1)^2}\right) \cdot \text{Пусть } a = a_1 = \frac{1+\sqrt{13}}{2}, \quad a_2 = \frac{1-\sqrt{13}}{2}.$$

используем Виета $a_1 a_2 = -3$, $a_1 + a_2 = 1$, знаем

$$1 = \frac{9}{a_1^2}, \quad a_2 = 1 - a_1. \quad \text{Подставим } a_1:$$

$$\frac{1}{a_1^2} \cdot \left(1 + \frac{a_1}{(a_1-1)^2}\right) = \frac{9}{a_1^2} + \frac{9}{a_1(a_1-1)^2} = \frac{9}{a_1^2} + \frac{9}{a_2} =$$

$$\left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)^2 + \frac{36}{(1-\sqrt{13})^2} = \frac{14-2\sqrt{13}}{2} + \frac{36}{14-2\sqrt{13}} = 7\sqrt{13} + \frac{18}{7\sqrt{13}} =$$

$$\frac{(7\sqrt{13})^2 + 18}{7\sqrt{13}} = \frac{62 - 14\sqrt{13} + 18}{7\sqrt{13}} = \frac{(62 - 14\sqrt{13} + 18) \cdot (7 + \sqrt{13})}{36} =$$

$$\frac{434 + 62\sqrt{13} - 98\sqrt{13} - 182 + 126 + 18\sqrt{13}}{36} = \frac{378 - 18\sqrt{13}}{36} =$$

$$\frac{7 \cdot 7 \sqrt{13}}{36}. \quad \text{Подставим } a_2 \text{ (аналогично)}, \quad a_1 = \frac{9}{a_2}, \quad a_1 = 1 - a_2.$$

$$\frac{9}{a_2^2} \cdot \left(1 + \frac{a_2}{(a_2-1)^2}\right) = a_1^2 + \frac{1-a_1}{(a_1)^2} \cdot \frac{9}{a_2^2} + \frac{9}{a_2 \cdot (a_2-1)^2} =$$

$$a_1^2 + \frac{9}{a_2 a_1^2} = a_1^2 + \frac{9}{(-3) \cdot a_1} = a_1^2 - \frac{3}{a_1} = a_1^2 + a_2 =$$

$$\frac{1+\sqrt{13}}{2} + \frac{1-\sqrt{13}}{2} = \frac{14+2\sqrt{13}+2-2\sqrt{13}}{4} = \frac{16}{4} = 4.$$

Подставим $a_1 | a_1 a_2 = -3, \quad a_2 = \frac{9}{a_1^2}, \quad a_1 + a_2 = 1, \quad a_1 = 1 - a_2.$

$$\frac{9}{a_1^2} \cdot \left(1 + \frac{a_1}{(a_1-1)^2}\right) = a_2^2 + \frac{9}{a_1 a_2^2} = a_2^2 + \frac{9}{(-3) a_2} = a_2^2 - \frac{3}{a_2} =$$

$$= \left(\frac{1-\sqrt{13}}{2}\right)^2 + \frac{1+\sqrt{13}}{2} = \frac{14-2\sqrt{13}+2+2\sqrt{13}}{4} = \frac{16}{4} = 4.$$

Значение выражения в обеих случаях равно 4.

Ответ: 4.

7

91053