Чистовик (10)

№2

Дано

M, T, C

m, t, c

$T_n = ?$

В первый раз:

$$CM(T_1 - T) = cm(t - T_1)$$

$$CMT_1 - CMT = cmt - cmT_1$$

$$T_1(CM + cm) = cmt + CMT$$

$$T_1 = \frac{cmt + CMT}{CM + cm}$$

То есть если до опускания была температура T, то после опускания температура станет T_1.

Тогда $T_n = \dfrac{cmt + CMT_{n-1}}{CM + cm}$

Пусть $A = \dfrac{cmt}{CM+cm}$, $B = \dfrac{CM}{CM+cm}$

Тогда $T_n = A + BT_{n-1}$ (1)

Нам нужно найти T_n, получим

формулу энного члена последовательности (1)

$$T_1 = A + BT_н$$

$$T_2 = A + BT_1 = A + AB + B^2 T_н$$

$$T_3 = A + AB + AB^2 + B^3 T_н$$

$$\cdots$$

$$T_N = A(1 + B + B^2 + \ldots B^{N-1}) + B^N T_н =$$

$$= A\left(\sum_{i=0}^{N} B^i\right) + B^N T_н =$$

$$= A\left(\frac{B^N - 1}{B - 1}\right) + B^N T_н \quad (2)$$

(Так как $\sum_{i=0}^{N} B^i$ = сумма геом прогрессии со знаменателем $q = B$ и первым членом 1.)

Подставим в (2)

$$T_N = \frac{cmt}{CM + cm} \cdot \frac{\left(\frac{CM}{CM+cm}\right)^N - 1}{\frac{CM}{CM+cm} - 1} + T_н\left(\frac{CM}{CM+cm}\right)^N$$

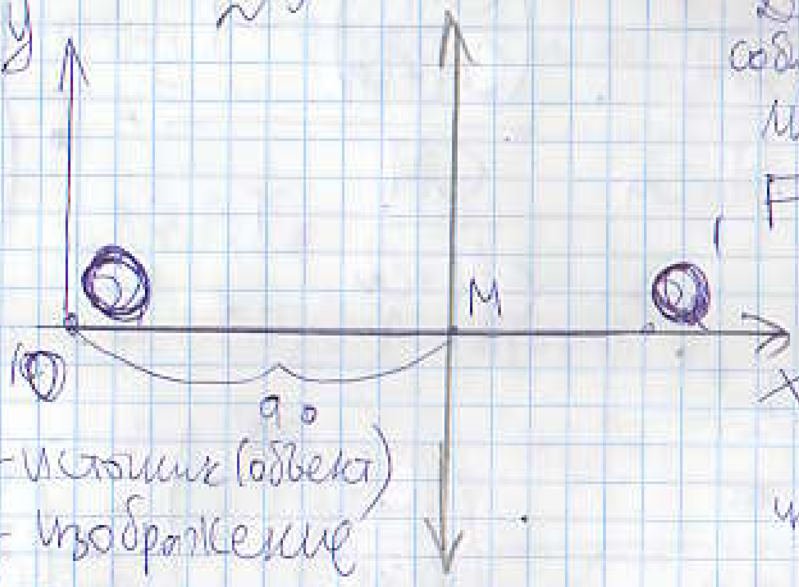
$$= \frac{\frac{cmt}{CM+cm}}{-\frac{cm}{CM+cm}}\left(\left(\frac{CM}{CM+cm}\right)^N - 1\right) + T_н\left(\frac{CM}{CM+cm}\right)^N$$

$$= t - t\left(\frac{CM}{CM+cm}\right)^N + T_н\left(\frac{CM}{CM+cm}\right)^N$$

$$= t + (T_н - t)\left(\frac{CM}{CM+cm}\right)^N$$

Ответ: $t + (T - t)\left(\frac{CM}{CM+cm}\right)^N$

№5



Дано: собирающая линза
F, a_0, V_0
Найти: Тип движения изображения

S_1 – источник (объект)
S_2 – изображение

Решение:

Введём систему координат как на рисунке. Точка на главной оси изображается точкой на главной оси. Пусть $X_1(t) = V_0 t$ – уравнение движения точки (она движется равномерно).

Тогда $\rho(S_1; M) = a_0 - V_0 t$

$\rho(S_2; M) = \rho_2(t)$, $X_2(t)$ – уравнение изображения

Запишем формулу тонкой линзы

$$\frac{1}{\rho(S_1; M)} + \frac{1}{\rho(S_2; M)} = \frac{1}{F}$$

$$\frac{1}{a_0 - V_0 t} + \frac{1}{\rho_2(t)} = \frac{1}{F}$$

$$\frac{1}{\rho_2(t)} = \frac{1}{F} + \frac{1}{V_0 t - a_0}$$

$$\rho_2(t) = \frac{1}{\frac{1}{F} + \frac{1}{V_0 t - a_0}} = \frac{(V_0 t - a_0) F}{V_0 t - a_0 + F}$$

~~Очевидно, что точка S_1 не может пройти сквозь линзу, значит~~

Тогда $X_2(t) = a_0 + \rho_2(t) =$ да...

$$= a_0 + \frac{V_0 t F - a_0 F}{V_0 t - a_0 + F} = \frac{V_0 a_0 t - a_0^2 + a_0 F ...}{V_0 t - a_0 + ...}$$

$$= \frac{V_0 t (a_0 + F)}{V_0 t - a_0 + F}$$

Поэтому уравнение движения изображения:

$$x_2(t) = \frac{v_0 t (a_0 + F)}{v_0 t - a_0 + F}$$

$$x_2'(t) = (a_0 + F) v_0 \left(\frac{t}{v_0 t - a_0 + F} \right)' =$$

$$= (a_0 + F) v_0 \cdot \frac{(v_0 t - a_0 + F) - v_0 t}{(v_0 t - a_0 + F)^2} =$$

$$= v_0 (a_0 + F) \frac{F - a_0}{(v_0 t - a_0 + F)^2}$$

$$F < a_0 \Rightarrow x_2'(t) = v_2(t) < 0$$

Поэтому изображение движется к линзе.

Выведенные формулы верны при $t < \frac{a_0}{v_0}$

так как объект не может пройти сквозь линзу.

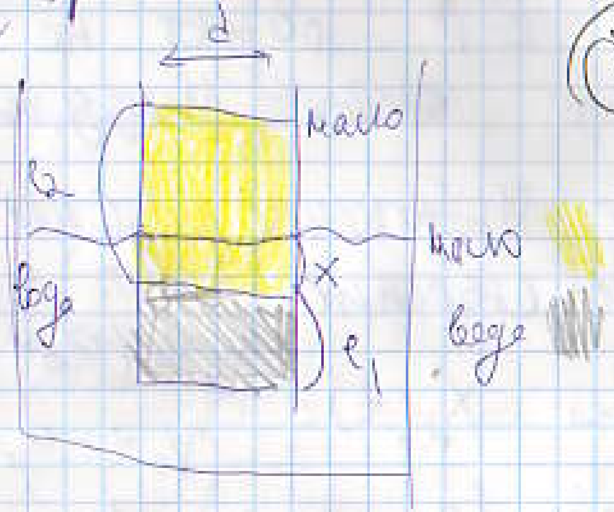
~~Тело~~ Изображение движется не равноускоренно.

Ответ: $x_2(t) = \frac{v_0 t (a_0 + F)}{v_0 t - a_0 + F}$

движется в сторону линзы! изображение неравноускоренно, сложно.

№ 1

Дано:
l
$\rho_0 = 1000 \frac{кг}{м^3}$
$\rho = 800 \frac{кг}{м^3}$
$l_1 + x = ?$



Решение:
Пусть l_1 - высота воды в трубке
l_2 - высота масла в трубке

$l_1 + x$ - на сколько погрузилась трубка

x может быть и >0 и <0
так как я заранее незнаю, все масло будет выше уровня воды в сосуде или часть будет ниже уровня

Трубка плавает (т.к. не сказано ничего про глубину сосуда)

Тогда $Mg = \rho_0 \cdot g \cdot V_{в\ воде}$ (1)

$M = m_{масла} + m_{воды}$ (в трубке)

$m_{масла} = \rho \cdot V_{масла} = \rho l_2 S = \rho l_2 \frac{\pi d^2}{4}$

$m_{воды} = \rho_0 V_{воды} = \rho_0 \cdot l_1 \cdot S = \rho_0 l_1 \frac{\pi d^2}{4}$

$V_{в\ воде} = \frac{\pi d^2}{4}(l_1 + x)$

Тогда из (1) $\Longrightarrow$

$\cancel{g} \cdot \cancel{\frac{\pi d^2}{4}} (\rho l_2 + \rho_0 l_1) = \rho_0 \cdot \cancel{g} \cancel{\frac{\pi d^2}{4}} (l_1 + x)$

$\rho l_2 + \cancel{\rho_0 l_1} = \cancel{\rho_0 l_1} + \rho_0 x$

$\boxed{x = \frac{\rho}{\rho_0} l_2}$

далее неверно,

Запишем условие, что жидкость из трубки не выливается наружу под действием силы тяжести

$$m_{масла}\, g + m_{воды} \cdot g = P_{воды} \cdot S$$

$S = \frac{\pi d^2}{4}$ $P_{воды}$ – давление воды в сосуде на глубине $x + \ell_1$

$$\cancel{g}\rho \ell_2 \cdot \cancel{\frac{\pi d^2}{4}} + \rho_0 \ell_1 \cancel{\frac{\pi d^2}{4}}\cancel{g} = \rho \cancel{g} (x+\ell_1) \cancel{S}$$

$$\rho \ell_2 + \rho_0 \ell_1 = \rho x + \rho \ell_1$$

$$\rho(\ell_2 - x) = \cancel{\rho x}(\rho - \rho_0)\ell_1$$

$$\ell_1 = \frac{\rho}{\rho-\rho_0}(\ell_2 - x) = \frac{\rho}{\rho-\rho_0}\left(\ell_2 - \frac{\rho}{\rho_0}\ell_2\right) =$$

$$= \frac{\rho}{\cancel{\rho-\rho_0}}\,\ell_2\left(\frac{\cancel{\rho-\rho_0}}{\rho_0}\right) = \frac{\rho}{\rho_0}\ell_2$$

однако $\ell_1 + \ell_2 = L$

$$\frac{\rho}{\rho_0}\cdot \ell_2 + \ell_2 = L$$

$$\ell_2 = \frac{L}{1+\frac{\rho}{\rho_0}} = \frac{L\rho_0}{\rho+\rho_0}$$

Тогда $\ell_1 = L - \ell_2 = L - \frac{L\rho_0}{\rho+\rho_0} =$

$$= \frac{L\rho}{\rho+\rho_0}$$

Тогда $\ell_1 + x = \frac{L\rho}{\rho+\rho_0} + \frac{\rho}{\rho_0}\ell_2 =$

$$= \frac{L\rho}{\rho+\rho_0} + \frac{\rho}{\cancel{\rho_0}}\cdot\frac{L\cancel{\rho_0}}{\rho+\rho_0} = \frac{2L\rho}{\rho+\rho_0} = \frac{8}{9}L$$

Ответ: $\frac{8}{9}L$ – глубина подводной ча

№3

(2)

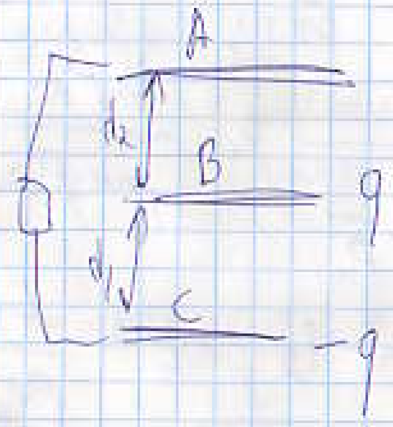
Дано:

S

d_1, d_2

$q, -q$

$Q = ?$



Решение:

Посчитаем потенциалы пластин A и C относительно B.

$\varphi(A) = \frac{kq}{d_2}$ $\varphi(C) = -\frac{kq}{d_1}$

Когда замкнём ключ, то пластины обменятся зарядами так, что у них будет одинаковый потенциал. +

Пусть Q_A - заряд на A после замыкания, а Q_C - заряд на C после замыкания *, ~~и будет~~

* поле напр. Рез...

Тогда $\frac{kQ_A}{d_2} = \frac{kQ_C}{d_1}$

$Q_A = \frac{d_2}{d_1} Q_C$

~~Решим систему:~~

$$\cancel{\begin{cases} Q_A + Q_C = 0 \\ Q_A = \frac{d_2}{d_1} Q_C \end{cases} \quad \frac{d_2 + d_1}{d_1} Q_C = 0}$$

в A: $\Delta q_A = \frac{d_2}{d_1} q_C$

в C $\Delta q_C = q_C - q$

По закону сохранения заряда

$\Delta q_A = \Delta q_C \Rightarrow q = q_C\left(1 - \frac{d_2}{d_1}\right)$

+ $q_C = \frac{d_1 q}{d_1 - d_2} \Rightarrow q_A = \frac{d_2 q}{d_1 - d_2}$

Тогда $\Delta q_C = \frac{d_2}{d_1} \cdot \frac{d_1 q}{d_1 - d_2} = \frac{d_2 q}{d_1 - d_2}$

$Q = \Delta E$, ΔE - изменение энергии конденсатора AC.

$$E = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 S}{2(d_1+d_2)} U^2$$

$$\cancel{C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d_2 + d_1} = \frac{\varepsilon_0 S}{d_1 + d_2}}$$

$$\cancel{U = \Delta\varphi = \frac{kq}{d_2} - \frac{kq_a}{d_2} =}$$

$$\cancel{= \frac{k}{d_2}\left(q - \frac{d_2 q}{d_1 - d_2}\right) = \frac{kq}{d_2}\left(1 + \frac{d_2}{d_2 - d_1}\right) =}$$

$$\cancel{\frac{2kq(2d_2 - d_1)}{\;}}$$

$$\cancel{= kq\left(\frac{1}{d_2} + \frac{1}{d_2 - d_1}\right)}$$

$$\cancel{\text{Поэтому } E = \frac{\varepsilon_0 S}{2(d_1+d_2)} \cdot k^2 q^2 \frac{(2d_2 - d_1)^2}{d_2^2 (d_2 - d_1)^2}}$$

$$\cancel{= \frac{k^2 q^2 \varepsilon_0 S}{d_2^2 \cdot 2(d_1 + d_2)} \left(\frac{2d_2 - d_1}{d_2 - d_1}\right)^2}$$

E_0 - энергия конденсатора $_{AC}$ в н

E_1 - энергия в конце

$\cancel{Q = E_0 + E_1}$

$$Q = E_0 - E_1 = \frac{C}{2}\left(U_0^2 - U_1^2\right) =$$

$$= \frac{C_{AC}}{2}\left((\varphi(A) - \varphi(C))^2 - 0\right) =$$

$$= \frac{C_{AC}}{2}\left(\frac{kq}{d_2} + \frac{kq}{d_1}\right)^2 = \frac{\varepsilon S}{d_1 + d_2} k^2 q^2 \frac{(d_1 +}{d_1^2}$$

$$\boxed{C_{AC} = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d_1 + d_2} = \frac{\varepsilon S}{d_1 + d_2}}$$

Тогда $Q = \varepsilon S \left(\frac{kq}{d_1 d_2}\right)^2 (d_1 + d_2)$

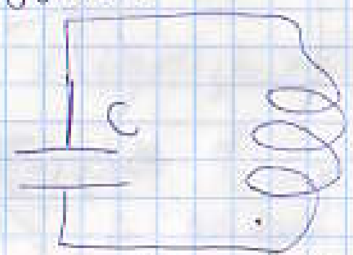
Ответ $\varepsilon S \left(\frac{kq}{d_1 d_2}\right)^2 (d_1 + d_2)$

~4

10

Дано: L, R, μ

было:

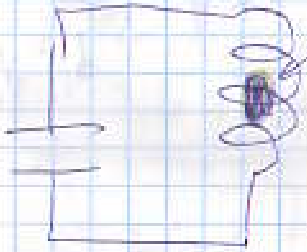


$T = 2\pi\sqrt{L_0 C}$

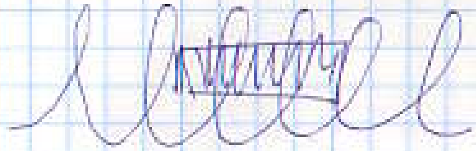
$L \sim \mu S e$, e – длина катушки, т.е. $L = \alpha \mu S e$, S – площадь сечения катушки

Пусть $L_0 = \alpha S e$, e – длина катушки

Стало



сердечник



преобразуем (разобьём немного)

получим

L_2 L_3 с сердечником L_2

$\frac{e}{3}$ $\frac{e}{3}$ $\frac{e}{3}$

Тогда $L_1 = 2L_2 + L_3 = 2\cancel{\frac{\alpha\mu S e}{3}}$

$= \frac{2\alpha S e}{3} + \mu S e \alpha \cdot \frac{1}{3} =$

$= \frac{2}{3} L_0 + \frac{1}{3} \mu L_0$

Тогда $\frac{T_1}{T_0} = \sqrt{\frac{L_1}{L_0}} = \sqrt{\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\mu}$

Ответ: Период увеличится в $\sqrt{\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\mu}$