

Муниципальный тур Всероссийской олимпиады по физике
7 класс

Задача № 1. (8 баллов).

Какую единицу скорости выберешь ты для измерения своей скорости, если тебе придется уносить ноги от трёх разъярённых старшеклассников: $\frac{см}{час}$; $\frac{м}{час}$; $\frac{м}{с}$; $\frac{км}{с}$?
Который из старшеклассников догонит тебя, если скорость первого старшеклассника равна $48000 \frac{см}{мин}$; второго – $2160000 \frac{см}{час}$, третьего – $43200 \frac{м}{час}$, а твоя скорость – $0,01 \frac{км}{с}$?

Решение:

$$V_1 = 48000 \text{ с/мин} = 8 \text{ м/с}$$

$$V_2 = 2160000 \text{ см/час} = 6 \text{ м/с}$$

$$V_3 = 43200 \text{ м/час} = 12 \text{ м/с}$$

$$V_4 = 0,01 \text{ км/с} = 10 \text{ м/с}$$

Ответ: Догонит третий мальчик.

Баллы	Правильность(ошибочность) решения
8	Полное верное решение
6	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
6-5	Перевод одной из скоростей выполнен с ошибкой.
4-1	Допущено несколько ошибок в переводе единиц.
0	Решение ошибочно или отсутствует

Задача № 2 (4 балла)

Какое физическое тело не имеет ни формы, ни объёма?

Ответ: Такого физического тела нет.

Баллы	Правильность(ошибочность) решения
4	Полное верное решение
3-1	Имеются рассуждения, которые, однако, не привели к верному ответу.
0	Решение неверное, или отсутствует

Задача № 3. (10 баллов).

Учёный с мировым именем Иннокентий изобрёл средство передвижения, которое, рванув с места, проделало четверть пути со скоростью 10 м/с. Затем половину оставшегося пути проехало со скоростью 6 м/с. Остальной путь тащилось со скоростью 2 м/с. С какой средней скоростью ехал Иннокентий?

Решение:

$$V_{cp} = \frac{S_{весь}}{t_{все}}$$

$$V_{cp} = \frac{S_{весь}}{\frac{S_{весь}}{4 \times 10} + \frac{3S_{весь}}{8 \times 6} + \frac{3S_{весь}}{8 \times 2}} = 3,64 \frac{м}{с}$$

Ответ: $V_{cp} = 3,64$ м/с

Баллы	Правильность(ошибочность) решения
10	Полное верное решение
8	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение в целом верное, однако, содержит ошибки в определении отрезков пути.
2-3	Есть понимание физики явлений, но не найдено одно из необходимых уравнений для решения задачи.
1-2	Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи, но при этом отсутствует решение.
0	Решение неверное, или отсутствует.

Задача № 4. (10 баллов).

Клоун в цирке одной левой поднимает гиру, на которой написано 500 кг. На самом деле её масса в десять раз меньше. Объём гири $0,2 \text{ м}^3$. Какова средняя плотность гири? Сколько килограммов алюминия и сколько килограммов пенопласта потребовалось для изготовления этой гири?

(Можно считать, что объём гири равен сумме объёмов алюминия и пенопласта). Плотность алюминия 2700 кг/м^3 , плотность пенопласта 5 кг/м^3 . Известно, что плотность – это физическая величина, равная отношению массы вещества к его объёму.

Решение:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{5 \text{ кг}}{0,2 \text{ м}^3} = 25 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$V = V_1 + V_2$$

$$V = \frac{m - m_a}{\rho_n} + \frac{m_a}{\rho_a}$$

После преобразования получаем: $m_a = \frac{m \rho_a - V \rho_a \rho_n}{\rho_a - \rho_n}$

Ответ: Масса алюминия 4 кг, масса пенопласта 1 кг

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение
8	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение в целом верное, однако, содержит математические ошибки
2-3	Есть понимание физики явлений, но не найдено одно из необходимых уравнений для решения задачи.

1-2	Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи, но при этом отсутствует решение.
0	Решение неверное, или отсутствует.

8 класс.

Задача 1. (10 баллов)

В стакан налита вода при комнатной температуре $+20^{\circ}\text{C}$ до половины объема. Туда доливают еще столько же воды при температуре $+30^{\circ}\text{C}$, установившаяся температура оказалась равна $+23^{\circ}\text{C}$. В другой такой же стакан наливают воду при комнатной температуре до $1/3$ объема и доливают горячей водой ($+30^{\circ}\text{C}$) доверху. Какая температура установится в этом стакане? Потерями тепла в окружающее пространство за время установления температуры можно пренебречь.

Решение:

Обозначим теплоемкость стакана C Дж/град, тогда

$$C \cdot (23 - 20) + 4200 \cdot 0,5V \cdot (23 - 20) = 4200 \cdot 0,5V \cdot (30 - 23)$$

$$C \cdot (t - 20) + 4200 \cdot \left(\frac{V}{3}\right) \cdot (t - 20) = 4200 \cdot \left(\frac{2V}{3}\right) \cdot (30 - t)$$

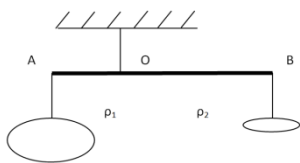
Если разделить каждое уравнение на $4200 V$ останется две неизвестные величины ($C/4200V$) и t .

Ответ: $t=+24^{\circ}\text{C}$.

Критерии:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение
8	Решение верное. Составлено и решено уравнение теплового баланса. Имеются небольшие недочёты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение в целом верное. Составлено уравнение теплового баланса, но допущены ошибки при расчете масс.
2-3	Составлены уравнения на расчет необходимого количества теплоты (либо выделенного количества теплоты), уравнение теплового баланса не составлено.
0-1	Записаны отдельные уравнения на расчет количества теплоты, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, или отсутствует.

Задача 2.(10 баллов)



Два тела разных плотностей и объемов уравновешены на невесомом стержне АВ с соотношением плеч АО:ОВ=1:2 (см. рисунок). После того как тела полностью погрузили в воду, для сохранения равновесия стержня их пришлось поменять местами. Найти плотности тел ρ_1 и ρ_2 , если $\rho_2/\rho_1=2,5$. Плотность воды $\rho_в=1000 \text{ кг/м}^3$.

Решение:

Запишем условие равновесия стержня до погружения тел в воду

$$\rho_1 V_1 = 2\rho_2 V_2 \quad (1)$$

и после их погружения

$$2(\rho_1 - \rho_в) V_1 = (\rho_2 - \rho_в) V_2 \quad (2)$$

Здесь через V_1 , V_2 обозначены объемы тел, а через $\rho_в$ – плотность воды.

Отыскивая из первой формулы отношение объемов тел

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{2\rho_2}{\rho_1} = 5 \quad (3)$$

Подставляем его во вторую формулу и приходим к уравнению

$$10\rho_1 - \rho_2 = 9\rho_в \quad (4)$$

Решая это уравнение совместно с условием $\rho_2/\rho_1=2,5$, находим

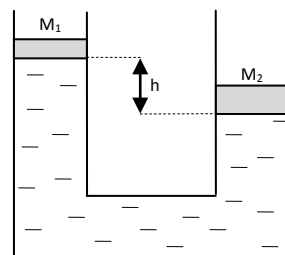
$$\rho_1 = 1200 \text{ кг/м}^3, \quad \rho_2 = 3000 \text{ кг/м}^3.$$

Критерии:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение
8	Решение в целом верное. Составлена система уравнений. Найдено отношение объемов тел. Допущены математические ошибки при расчете.
4-5	Записаны условия равновесия до погружения тел в воду и после погружения, составлена система уравнений
2	Записано условие равновесия до погружения тел в воду
0	Решение неверное, или отсутствует.

Задача 3 (10 баллов)

Два вертикальных сообщающихся цилиндра заполнены водой и закрыты поршнями с массами $M_1=1$ кг и $M_2=2$ кг. В положении равновесия левый поршень расположен выше правого на величину $h=10$ см. Когда на левый поршень поместили гирю массой $m=2$ кг, поршни в положении равновесия оказались на одной высоте. Какова будет разность высот поршней H , если гирю перенести на правый поршень?



Решение:

Пусть S_1 и S_2 – площади поршней, ρ – плотность воды. Из условия равенства давлений в воде на одном уровне следуют уравнения:

$$\frac{M_1 g}{S_1} + \rho g h = \frac{M_2 g}{S_2} \quad (\text{когда поршни находятся в исходном положении}), \quad (1)$$

$$\frac{(M_1 + m) g}{S_1} = \frac{M_2 g}{S_2} \quad (\text{когда гиря лежит на левом поршне}), \quad (2)$$

$$\frac{M_1 g}{S_1} + \rho g H = \frac{(M_2 + m) g}{S_2} \quad (\text{когда гиря лежит на правом поршне}). \quad (3)$$

Выражая из первого и второго уравнений площади поршней получаем:

$$S_1 = \frac{m}{\rho h}, \quad S_2 = \frac{m}{\rho h} \cdot \frac{M_2}{M_1 + m}. \quad (4)$$

Подставляя найденные площади поршней в третье уравнение, получаем ответ:

$$H = h \left(1 + \frac{M_1 + m}{M_2} \right) = \frac{5}{2} h = 25 \text{ см}. \quad (5)$$

Важно! При решении задачи важно с самого начала учесть, что площади поршней отличаются друг от друга. Если ошибочно считать, что площади поршней одинаковы, то решение будет неверным.

Критерии оценивания

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение, в котором пошагово представлены формулы 1-5 с пояснениями
8	Представлены правильные пояснения и уравнения (1) - (4)
6	Представлены правильные пояснения и уравнения (1), (2) и (3)

4	Представлены правильные пояснения и уравнения (1) и (2)
2	Есть понимание физики явления, представлено верно уравнение (1) с пояснением
0	Решение неверное, или отсутствует

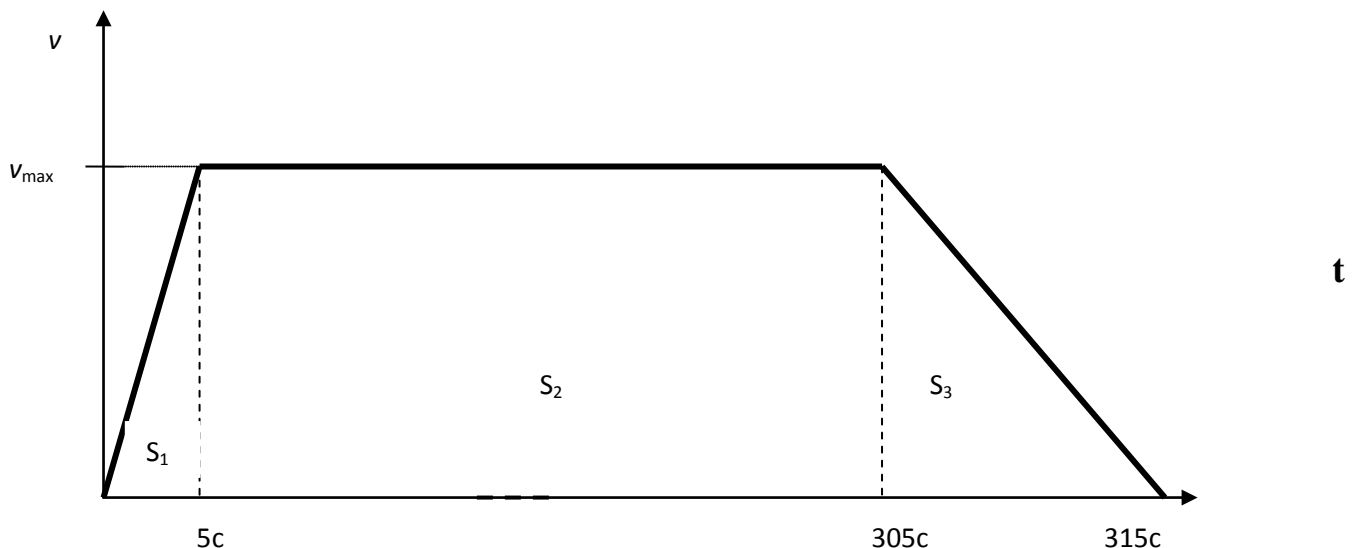
Задача 4 (10 баллов)

Мотоциклист начал двигаться из состояния покоя и в течение **5с** достиг максимальной скорости, затем в течение **5 мин** он движется равномерно и, начав торможение, остановился через **10 с**. Причём средняя скорость за всё время движения была **9,76 м/с**. Найти максимальную скорость движения мотоциклиста. Ответ округлите до целых.

Примечание: задачу можно решить графически, построив график зависимости скорости от времени.

Решение:

Один из вариантов решения может быть графический:



Средняя скорость движения мотоциклиста рассчитывается как отношение всего пройденного пути к всему затраченному на этот путь времени. Весь пройденный путь – есть сумма путей по трём пройденным участкам, а всё затраченное время – есть сумма трёх промежутков времени, т.е.

$$v_{\text{cp}} = \frac{S}{t} = \frac{S_1 + S_2 + S_3}{t_1 + t_2 + t_3} \quad (1).$$

Пройденный путь по каждому участку графически можно рассчитать как площадь фигуры под соответствующим участком графика движения. Участки S_1 и S_3 представляют из себя прямоугольные треугольники, площади которых рассчитываются как половина произведения двух катетов. Заметим, что один катет является параметром максимальной скорости, а второй – промежутком времени на данном участке движения. Участок S_2 представляет из себя прямоугольник, площадь которого рассчитывается как произведение двух сторон,

которые в свою очередь являются максимальной скоростью и промежутком времени движения на данном участке, соответственно.

$$\text{Следовательно, имеем } S_1 = v_{\max}t_1/2; S_2 = v_{\max}t_2; S_3 = v_{\max}t_3/2. \quad (2)$$

Подставим (2) в (1), получим:

$$v_{\text{cp}} = \frac{v_{\max}t_1 + 2v_{\max}t_2 + v_{\max}t_3}{2(t_1 + t_2 + t_3)} = v_{\max} \frac{t_1 + 2t_2 + t_3}{2(t_1 + t_2 + t_3)}. \text{ Откуда следует, что}$$

$$v_{\max} = 2v_{\text{cp}} \frac{t_1 + t_2 + t_3}{t_1 + 2t_2 + t_3} = 2 \cdot 9,76 \cdot \frac{5 + 300 + 10}{5 + 600 + 10} \cong 10 \text{ м/с}$$

Ответ: $v_{\max} = 10 \text{ м/с}$

Критерии:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение
8	Верное решение. Приведена формула для расчета средней скорости, правильно учтены интервалы путей и времени, но содержится расчетная ошибка на последнем этапе.
5-6	Решение в целом верное, однако, содержит существенные ошибки (не физические, а математические).
2-3	Есть понимание физики явления. Приведена формула средней скорости, но при получении расчетной формулы не правильно учтены интервалы для путей и времени движения.
0-1	Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, или отсутствует.

9 класс.

Задача № 1. Аэростат поднимается с земли вертикально вверх с ускорением 2.45 м/с^2 . Через 8 секунд от начала движения из его гондолы выпадает предмет. Через сколько времени и с какой скоростью этот предмет упадет на землю?

Сопротивлением воздуха пренебречь. **(8 баллов).**

Решение.

Так как сначала предмет движется вместе в аэростатом, то через $t_1 = 8$ секунд он поднимется на высоту h_1 и будет иметь скорость v_1 .

$$h_1 = \frac{at_1^2}{2}; v_1 = at_1$$

После подстановки значений получаем: $h=78,4 \text{ м}$; $v_1=19,6 \text{ м/с}$.

свяжем систему отсчета с землей, а ось координат направим вверх, тогда уравнение движения:

$$0 = h_1 + v_1 t_2 - \frac{gt_2^2}{2}$$

$t_2 = 6,3 \text{ с}$ - время движения предмета. Скорость v_2 находим из выражения:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2gh$$

Отсюда $V_2 = 43.8 \text{ м/с}$.

Ответ: $t_2 = 6.3 \text{ с}$; $V_2 = 43.8 \text{ м/с}$.

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
8	Полное верное решение
7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5	Решение в целом верное, однако, содержит математические ошибки.
4-3	Есть понимание физики явлений, но не найдено одно из необходимых уравнений для решения задачи.
2-1	Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи, но при этом отсутствует решение.
0	Решение неверное, или отсутствует.

Задача № 2. (10 баллов).

На концах однородной подвижной платформы длиной $l = 5 \text{ м}$. находятся два человека, массы которых $m_1 = 60 \text{ кг}$ и $m_2 = 50 \text{ кг}$. Первый прошел до середины платформы, На какое расстояние надо переместиться по платформе второму человеку, чтобы платформа вернулась на прежнее место? M – масса платформы 200 кг .

Решение:

Скорости, которые приобретают тела в результате взаимодействия, обратно пропорциональны их массам, если тела находились в покое до взаимодействия.

$$\frac{m_1}{M + m_1 + m_2} = \frac{2St_1}{lt_1}$$
$$\frac{m_2}{M + m_1 + m_2} = \frac{2St_2}{xt_2}$$

S - смещение платформы. Получаем: $x = \frac{m_1 l}{2m_2}$

Ответ: $x = 3 \text{ м}$

Баллы	Правильность(ошибочность) решения
10	Полное верное решение
8	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение в целом верное, однако, содержит математические ошибки.
2-3	Есть понимание физики явлений, но не найдено одно из необходимых уравнений для решения задачи.
1-2	Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи, но при этом отсутствует решение.
0	Решение неверное, или отсутствует.

Задача № 3. (10 баллов).

Маленькому шарик, лежащему на поверхности собирающей линзы, сообщают вертикальную скорость 10 м/с. Сколько времени будет существовать действительное изображение шарика в этой линзе? Фокусное расстояние линзы 2м.

Решение:

В собирающей линзе будет существовать действительное изображение шарика, если он будет находиться на расстоянии больше фокусного.

Уравнение движения в общем виде:

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

После подстановки получаем квадратное уравнение:

$$5t^2 - 10t + 2 = 0$$

Решая квадратное уравнение, получаем: $t_1=1,775$ (с) ; $t_2=0,225$ (с).

$$\Delta t = t_1 - t_2 = 1,775 - 0,225 = 0,55$$
 (с)

Ответ: Шарик будет виден в линзе в течение 0,55 секунды.

Баллы	Правильность(ошибочность) решения
10	Полное верное решение
8	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение в целом верное, однако, содержит математические ошибки
2-3	Есть понимание физики явлений, но не найдено одно из необходимых уравнений для решения задачи.
1-2	Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи, но при этом отсутствует решение.
0	Решение неверное, или отсутствует.

Задача №4. (8 баллов).

Рыбак просверлил лунку в льдине и увидел, что до воды всего 10 см. Какова толщина льдины и сколько рыбы может наловить рыбак при хорошем клёве?

Масса рыбака со снаряжением $M=80$ кг, площадь льдины $S=25$ м², диаметр лунки 15 см, плотность льда 900 кг/м³, плотность воды 1000 кг/м³

Решение:

$\rho_л h_1 S = m_p$ после подстановки данных получаем, что рыбак может поймать 2500 кг рыбы, столько выдержит льдина.

Чтобы ответить на второй вопрос составляем уравнение:

$$m_л g + Mg = \rho_в S h_2 g; \quad \rho_л (h_1 + h_2) S + M = \rho_в S h_2$$

После решения уравнения получаем выражение:

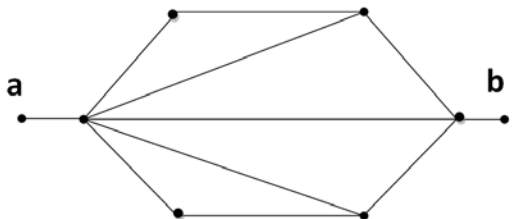
$$h_2 = \frac{S \rho_л h_1 + M}{S(\rho_в - \rho_л)}; \quad h = h_1 + h_2$$

Ответ: $h= 1, 032$

Баллы	Правильность(ошибочность) решения
8	Полное верное решение
7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5	Решение в целом верное, однако, содержит математические ошибки.
4-3	Есть понимание физики явлений, но не найдено одно из необходимых уравнений для решения задачи.
2-1	Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи, но при этом отсутствует решение.
0	Решение неверное, или отсутствует.

Задача № 5. (10 баллов).

Рассчитайте сопротивление между точками **a** и **b**, если сопротивление каждого элемента равно 3,3 Ом ?



Решение:

Используя формулы для расчёта сопротивлений последовательных и параллельных участков электрической цепи, находим общее сопротивление.

$$R_{общ} = 1,5 \text{ Ом}$$

Ответ: $R_{общ} = 1,5 \text{ Ом}$

Баллы	Правильность(ошибочность) решения
10	Полное верное решение
8	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.

6-5	Допущены ошибки в расчете сопротивлений отдельных участков цепи.
4-3	Есть понимание физики явлений, но не найдено одно из необходимых уравнений для решения задачи.
2-1	Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи, но при этом отсутствует решение.
0	Решение неверное, или отсутствует.

10 класс

1. Высокий вертикальный сосуд с плоскими стенками и основанием в виде квадрата со стороной b движется по горизонтальной поверхности с постоянным ускорением \vec{a} , перпендикулярным боковой грани сосуда. Сосуд частично заполнен водой, причем уровень воды относительно дна до начала движения равен H . Определить максимальное давление в воде во время движения сосуда. Плотность воды ρ . (10 баллов)

$$\text{Ответ: } P_{\max} = \left(H + \frac{ab}{2g} \right) \rho g$$

Решение

В неинерциальной системе отсчета, связанной с сосудом, возникает эффективное “тяготение” с ускорением свободного падения

$$g' = \sqrt{g^2 + a^2}, \quad (1)$$

и при этом плоский уровень воды в сосуде по отношению к горизонту составляет угол α , причем $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{g}$. “Вертикаль” в данной системе отсчета составляет также угол α с обычной вертикалью.

На Рис. 1 изображен вид сбоку – со стороны боковой поверхности сосуда – уровень CD воды в сосуде, причем $AB=h$ – максимальная глубина от поверхности воды до дна (нижний угол сосуда, а $AB \perp CD$). Следовательно, искомое максимальное давление воды в сосуде равно

$$P_{\max} = \rho g' h = \rho h \sqrt{a^2 + g^2}. \quad (2)$$

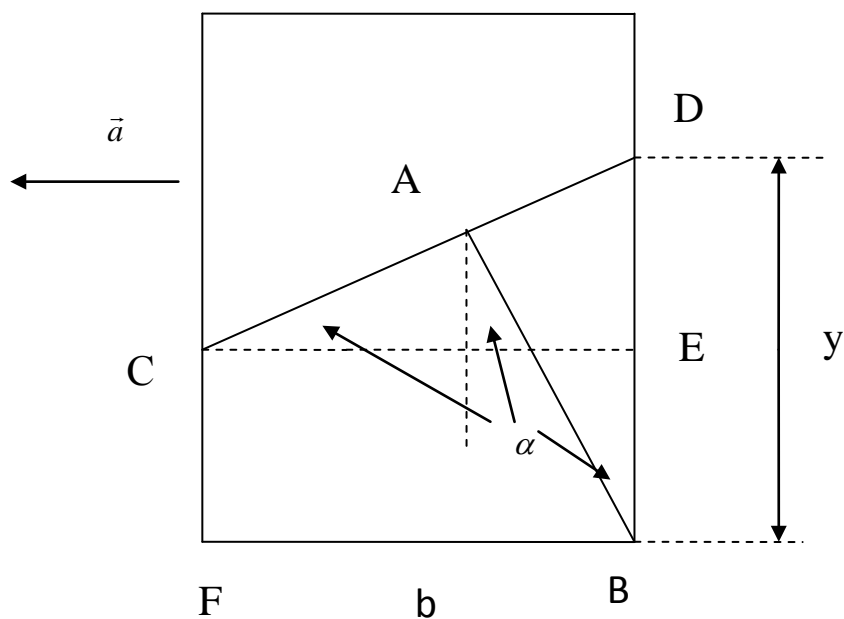


Рис. 1

Из Рис. 1 видно, что объем воды в сосуде равен

$$V = S_{CDBF} \cdot b, \quad (3)$$

S_{CDBF} - площадь трапеции CDBF. Нетрудно видеть, что

$$S_{CDBF} = by - \frac{b^2 \operatorname{tg} \alpha}{2}. \quad (3)$$

Поэтому, поскольку объем воды в сосуде не меняется и равен, очевидно, также

$$V = b^2 H, \quad (4)$$

где H – первоначальный уровень воды, возникает равенство

$$V = b^2 H = b^2 y - \frac{b^3 \operatorname{tg} \alpha}{2}, \quad (5)$$

откуда

$$y = H + \frac{b \operatorname{tg} \alpha}{2} \equiv H + \frac{ab}{2g}. \quad (6)$$

Из Рис. 1 также видно, что

$$h = y \cos \alpha \equiv y \frac{g}{\sqrt{a^2 + g^2}}. \quad (7)$$

$$\left(\cos \alpha \equiv \frac{g}{\sqrt{a^2 + g^2}}, \text{ т.к. } \operatorname{tg} \alpha = a/g, \text{ а } 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \right).$$

Поэтому из (2) с учетом (1), (6) – (7) окончательно получаем, что

$$P_{\max} = \left(H + \frac{ab}{2g} \right) \rho g.$$

Критерии оценки

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение. Решена система уравнений.
9	Верное решение. Имеются небольшие недочеты.
7-8	Правильно записаны выражения для давления, площадей и объемов
5-6	Есть понимание физики явления.
4-1	Есть уравнения, но отсутствует решение.

2. К шарiku массы m , подвешенному на длинной невесомой нити, прикрепена легкая горизонтальная пружина жесткости k , соединенная другим концом с массивным телом. Найти период T малых колебаний такой системы. Длина нити равна l . (10 баллов)

$$\text{Ответ: } T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g + (kl/m)}}$$

Решение

При отклонении маятника на малый угол α от вертикали (рис.1 удлинение пружины составит величину $x \cong l\alpha$, следовательно проекция силы упругости $\vec{F}_{\text{уп}}$ пружины на направление скорости шарика равна $kx \cos \alpha \cong kx \cong kl\alpha$. При этом проекция силы тяжести $m\vec{g}$ на это же направление равна $mg \sin \alpha \cong mg\alpha$. Это

означает, что шарик колеблется как бы под действием одной силы тяжести $m\vec{g}'$ с ускорением свободного падения $g' = g + kl/m$, так как вследствие принципа суперпозиции силы $\vec{F}_{упр}$ и $m\vec{g}$ должны складываться, так, чтобы выполнялось $mg'\alpha \equiv (mg + kl)\alpha$. Таким образом, искомый период колебаний равен

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + (kl/m)}}.$$

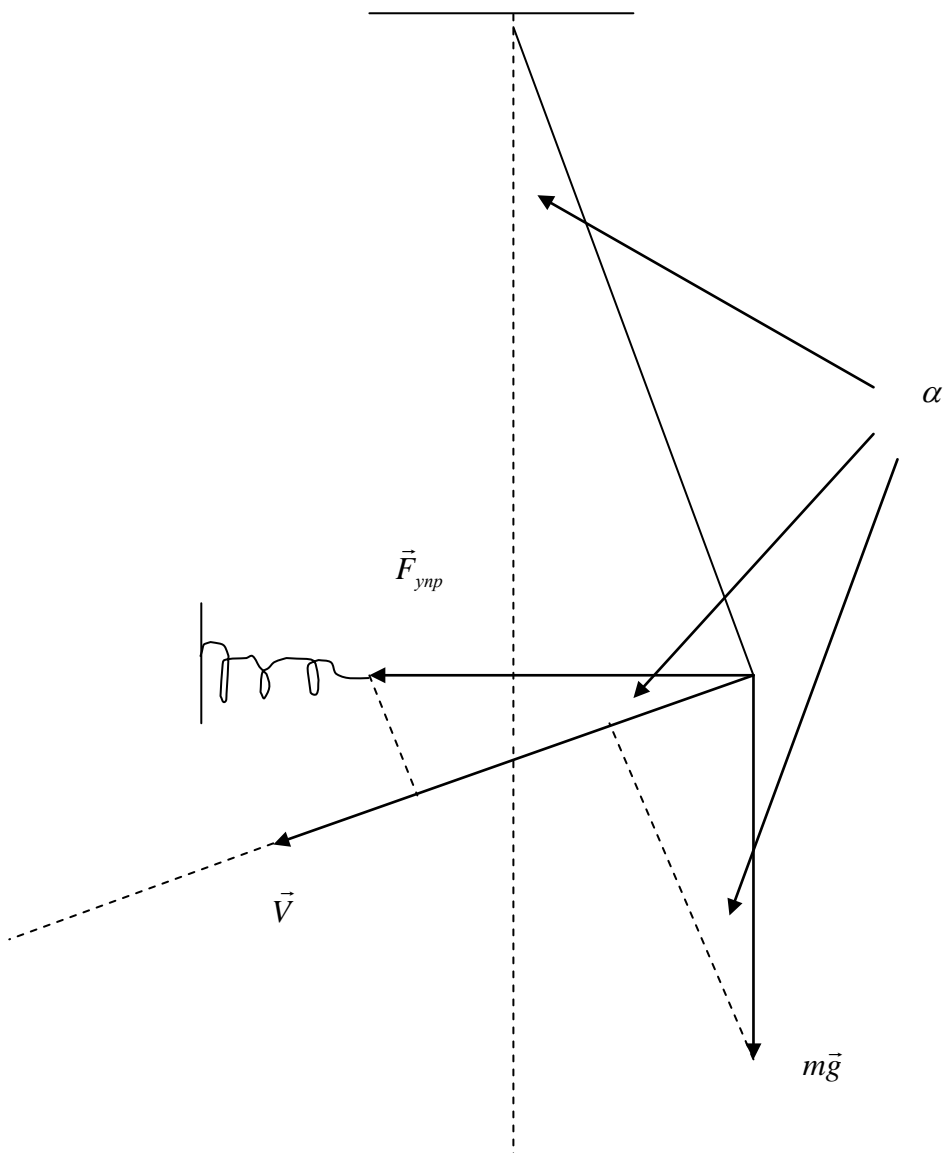


Рис. 1

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение. Решена система уравнений.
9	Верное решение. Имеются небольшие недочеты.
6-8	Правильно записаны выражения для сил и их проекций
4-5	Есть понимание физики явления.
3-1	Есть уравнения, но отсутствует решение.

3. В кипятильник налили 2л холодной воды при температуре 10°C , и через 4 минуты вода закипела. Затем в кипятильник долили еще 1л такой же холодной воды. Через какое время вода вновь закипит? (10 баллов)

Ответ: 2 мин

Решение

Пусть T - температура смеси 2л кипятка (100°C) и 1л холодной воды (10°C). Составляем уравнение теплового баланса:

$$cm_{100}(100 - T) = cm_{10}(T - 10), \quad (1)$$

где $m_{100} = 2m_{10}$ - масса кипятка (2л) по отношению к массе m_{10} долитой холодной воды (1л); c - удельная теплоемкость воды. Из (1) следует, что температура смеси

$$T = 70^{\circ}\text{C}. \quad (2)$$

Таким образом, чтобы нагреть теперь 3л воды, взятой при температуре $T = 70^{\circ}\text{C}$, до температуры 100°C (до кипения) необходимо затратить

$$Q = c3m_{10}(100^{\circ} - 70^{\circ}) \equiv 90cm_{10} \text{ Дж} \quad (3)$$

тепла.

Пусть P - эффективная мощность кипятильника (с учетом к.п.д.). Тогда по условию за время $t_1 = 4 \text{ мин}$ 2л ($2m_{10}$) холодной воды при 10°C получают от кипятильника до момента закипания

$$Q_1 = c2m_{10}(100^{\circ} - 10^{\circ}) \equiv 180cm_{10} = P \cdot t_1 \text{ Дж}. \quad (4)$$

Пусть, далее, t - искомое время за которое произойдет закипание смеси (70°C) из 2л кипятка и 1л холодной долитой воды. Тогда в согласии с (3) и (4) имеем:

$$Q = c3m_{10}(100^{\circ} - 70^{\circ}) \equiv 90cm_{10} = P \cdot t. \quad (5)$$

Сравнивая (4) и (5), получаем, что

$$t = t_1 \frac{Q}{Q_1} = \frac{90cm_{10}}{180cm_{10}} t_1 = t_1 / 2 = 2 \text{ мин}. \quad (6)$$

Критерии оценки

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
-------	------------------------------------

10	Полное верное решение. Решена система уравнений.
9	Верное решение. Имеются небольшие недочеты.
7-8	Правильно записаны выражения для количества тепла
4-5	Есть понимание физики явления.
3-1	Есть уравнения, но отсутствует решение.

4. Найдите минимально возможное расстояние между предметом и его действительным изображением, если оптическая сила тонкой линзы равна 8 дптр. (8 баллов)

Решение:

Формула тонкой линзы:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{h-d} = D$$

Где h - расстояние между предметом и изображением, d – расстояние между предметом и линзой.

Откуда

$$-d^2 + hd - \frac{h}{D} = 0$$

Данное уравнение имеет решение, если дискриминант неотрицателен:

$$h^2 - 4\frac{h}{D} = h(h - \frac{4}{D}) \geq 0$$

Откуда минимально возможное расстояние:

$$h = \frac{4}{D} = 0,5\text{ м} = 50\text{ см}$$

Критерии оценки

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
8	Полное верное решение. Решена система уравнений.
7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты.
6-7	Получено квадратное уравнение
4-5	Правильно записаны выражения для оптической силы линзы
3-1	Есть уравнения, но отсутствует решение.

5. Медный провод длиной $L=1\text{ м}$ и диаметром $d=1\text{ мм}$ перегибают в N точках под углом 90° . Оценить N , если при этом электрическое сопротивление провода меняется на 1%. (8 баллов)

$$\text{Ответ: } N \cong 10^{-2} \frac{4L}{\pi d} \approx 13.$$

Решение

На каждом сгибе длина провода увеличивается в среднем на величину порядка

$\frac{\pi}{2}r$, где $r = d/2$ - радиус провода. Поэтому $\Delta L \cong N \frac{\pi}{2}r = \frac{\pi d N}{4}$. Относительное

изменение сопротивления провода равно

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta L}{L} \cong \frac{\pi d N}{4L}. \quad (1)$$

По условию $\frac{\Delta R}{R} = 10^{-2} \equiv 1\%$, поэтому из (1) получаем

$$N \cong 10^{-2} \frac{4L}{\pi d} \approx 13$$

Критерии оценки

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
8	Полное верное решение. Решена система уравнений.
7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты.
6-7	Правильно записано выражение для электрического сопротивления в зависимости от длины провода
4-5	Есть понимание физики явления.
3-1	Есть уравнения, но отсутствует решение.

11 класс

1. В гладком горизонтальном желобе около его дна маленькая шайба совершает колебания с небольшой амплитудой в плоскости, перпендикулярной оси желоба. В этой же плоскости при ее пересечении поверхность желоба образует кривую в виде параболы $y(x)=ax^2$. Найти период T малых колебаний шайбы. (10 баллов)

$$\text{Ответ: } T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{2ag}}$$

Решение

Вблизи дна желоба ($x \rightarrow 0$) шайба движется как бы в круглом желобе с некоторым радиусом R , так что период малых колебаний шайбы должен бы быть равен

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}} \quad (1)$$

Радиус R находим следующим образом. Центр окружности находится на оси Oy в точке $(0,R)$. Уравнение окружности имеет в данном случае вид:

$$x^2 + (y - R)^2 = R^2 \quad (2)$$

Из (2) при $x \rightarrow 0$ и $y \rightarrow 0$ получаем, что

$$y \cong \frac{1}{2R} x^2 \quad (3)$$

Сравнивая (3) с уравнением параболы $y(x)=ax^2$, получаем, что $R=1/(2a)$, т.е. из (1) следует, что

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{2ag}} \quad (4)$$

Критерии оценки

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение. Решена система уравнений.
9	Верное решение. Имеются небольшие недочеты.
7-8	Правильно записаны выражения для периода колебаний и уравнение окружности
4-5	Есть понимание физики явления.
3-1	Есть уравнения, но отсутствует решение.

2. По металлической трубе длиной L и сечением S со скоростью V течет вода, которая на входе имеет температуру t_1 , а на выходе — температуру $t_2 < t_1$ вследствие того, что труба проходит через лед с температурой 0°C . Оценить, сколько льда (кг/с) тает в единицу времени? (плотность воды и ее удельная теплоемкость равны ρ и c_m соответственно; удельная теплота плавления льда равна λ). (8 баллов)

Ответ:
$$\frac{\Delta M}{\Delta t} = \frac{\rho V S c_m}{\lambda} \frac{t_1 - t_2}{2}$$

Решение

За время $\Delta t = L/V$ в трубу зайдет вода с массой $m_0 = \rho S L$ при температуре t_1 и за это же время произойдет её охлаждение до средней температуры $\frac{t_1 + t_2}{2}$, так что при этом вода потеряет количество тепла

$$Q = c_m \rho S L \left(t_1 - \frac{t_1 + t_2}{2} \right) = c_m \rho S L \frac{t_1 - t_2}{2}. \quad (1)$$

Это количество тепла (1) идет на таяние льда, поэтому

$$Q = \lambda \Delta M, \quad (2)$$

где ΔM - масса растаявшего за время Δt льда. Таким образом, искомое количество льда, которое тает в единицу времени, с учетом (1)-(2) равно

$$\frac{\Delta M}{\Delta t} = \frac{\rho V S c_m}{\lambda} \frac{t_1 - t_2}{2}.$$

Критерии оценки

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
8	Полное верное решение. Решена система уравнений.
7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты.
6-7	Правильно записаны выражения для количества тепла
4-5	Есть понимание физики явления.
3-1	Есть уравнения, но отсутствует решение.

3. Два одинаковых тонких однородных стержня длиной L и массой M шарнирно подвешивают к горизонтальному потолку в точках A и B так, что $AB=L$. Затем нижние концы стержней сводят вместе, а в пространстве между стержнями и потолком создают жидкую пленку с коэффициентом поверхностного натяжения σ . При этом оказалось, что стержни сами по себе остаются в отклоненном положении, практически не взаимодействуя друг с другом (тонкий зазор между ними). С какой силой F действует каждый стержень на шарнир? Массой жидкой пленки пренебречь. (10 баллов)

Ответ:
$$F = \frac{2\sqrt{3}}{3} \sigma L = \frac{\sqrt{3}}{6} Mg \approx 0,3Mg.$$

Решение

Каждый стержень в равновесии составляет угол $\beta = 60^\circ$ с горизонтом. К центру тяжести стержня на расстоянии $L/2$ от шарнира приложена сила тяжести $M\vec{g}$, направленная вертикально вниз и сила поверхностного натяжения \vec{F}_n , лежащая в плоскости пленки и перпендикулярная к стержню.

Равенство моментов этих сил относительно шарнира при равновесии стержня имеет вид:

$$Mg \frac{L}{2} \cos \beta = F_n \cdot \frac{L}{2} \equiv 2\sigma L \cdot \frac{L}{2}, \quad (1)$$

откуда при $\cos \beta = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ следует, что

$$\sigma = \frac{Mg}{4L}. \quad (2)$$

Направим ось Ox вдоль стержня и будем считать, что шарнир находится в точке $x=0$. Рассмотрим далее элемент dx стержня. Его масса $dm = \frac{M}{L} dx$.

Пусть сила упругого натяжения стержня (растянутого) в точке x равна $F(x)$. Сумма сил, действующих на элемент dx , при равновесии равна нулю. Проекция этих сил на вертикаль дает:

$$gdm \equiv \frac{M}{L} dx = [F(x) - F(x + dx)] \sin \beta + 2\sigma dx \cos \beta. \quad (3)$$

Так как $F(x + dx) - F(x) = F'_x dx$, то из (3) следует, что

$$F'_x \equiv \frac{dF}{dx} = -\frac{\frac{M}{L}g - 2\sigma \cos \beta}{\sin \beta}. \quad (4)$$

Из (4) путем интегрирования находим

$$F(x) = -\frac{\frac{M}{L}g - 2\sigma \cos \beta}{\sin \beta} x + C. \quad (5)$$

В (5) константа интегрирования C находится из условия, что

$$F(L) = 0, \quad (6)$$

т.е.

$$C = \frac{\frac{M}{L}g - 2\sigma \cos \beta}{\sin \beta} L. \quad (7)$$

Таким образом, из (5) и (7) следует, что

$$F(x) = \frac{\frac{M}{L}g - 2\sigma \cos \beta}{\sin \beta} (L - x). \quad (8)$$

С учетом (2) стержень действует на шарнир с силой

$$F \equiv F(0) = \frac{\frac{M}{L}g - 2\sigma \cos \beta}{\sin \beta} L = \frac{Mg - 2\sigma L \cos \beta}{\sin \beta} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \sigma L = \frac{\sqrt{3}}{6} Mg \approx 0,3Mg. \quad (9)$$

Критерии оценки

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение. Решена система уравнений.
9	Верное решение. Имеются небольшие недочеты.
7-8	Правильно записаны выражения для сил и их проекций
4-5	Есть понимание физики явления.
3-1	Есть уравнения, но отсутствует решение.

4. В электрическую цепь последовательно подключены n различных сопротивлений. Какую пару сопротивлений необходимо подключить параллельно друг другу, сохранив последовательно подключенные остальные сопротивления,

чтобы мощность тока в цепи возросла максимально возможно? Ответ обоснуйте. (10 баллов)

Ответ: максимально возможная мощность тока в цепи будет при параллельном подключении друг к другу самых больших сопротивлений.

Решение

Ранжируем все сопротивления цепи:

$$R_1 < R_2 < R_3 < \dots < R_k < \dots < R_m < \dots < R_n$$

Общее сопротивление цепи будет:

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_k + \dots + R_m + \dots + R_n$$

Пусть мы подключили два сопротивления параллельно друг другу: R_k и R_m .

Тогда полное сопротивление, после некоторых преобразований, будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \check{R} &= R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_k + \dots + R_m + \dots + R_n - R_k - R_m + \frac{R_k R_m}{R_k + R_m} \\ &= R - \frac{R_k^2 + R_k R_m + R_m^2}{R_k + R_m} \end{aligned}$$

В последней формуле выражение $\frac{R_k R_m}{R_k + R_m}$ представляет собой формулу общего сопротивления для параллельно соединенных сопротивлений.

Чтобы увеличить максимально мощность в цепи следует максимально уменьшить сопротивление \check{R} . Минимальное сопротивление \check{R} будет при максимальной функции $f(R_k, R_m)$.

$$\begin{aligned} \text{Исследуем функцию } f(R_k, R_m) &= \frac{R_k^2 + R_k R_m + R_m^2}{R_k + R_m} = \frac{R_k(R_k + R_m) + R_m^2}{R_k + R_m} = R_k + \frac{R_m^2}{R_k + R_m} = \\ &= \frac{R_k^2 + R_m(R_k + R_m)}{R_k + R_m} = R_m + \frac{R_k^2}{R_k + R_m} \end{aligned}$$

Из представленных выше преобразований следует, что эта функция максимальна при максимальных R_k и R_m .

Следовательно, максимально увеличить мощность в цепи можно подключив параллельно друг к другу самые большие сопротивления, в ранжированном списке сопротивлений это сопротивления R_{n-1} и R_n .

Критерии оценки

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение. Решена система уравнений.
9	Верное решение. Имеются небольшие недочеты.
7-8	Правильно записаны выражения для силы Лоренца, изменения импульса
4-5	Есть понимание физики явления.
3-1	Есть уравнения, но отсутствует решение.

5. Во сколько раз изменится частота электромагнитных колебаний в LC-колебательном контуре (емкость конденсатора равна C), если катушку индуктивности L разъединить в ее середине и образовавшиеся концы соединить с конденсатором ёмкостью C ? (8 баллов)

Ответ: в $\sqrt{2}$ раз.

Решение

В первоначальном контуре частота электромагнитных колебаний равна

$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, \quad (1)$$

где L и C индуктивность катушки и емкость конденсатора соответственно.

В новом контуре суммарная индуктивность не изменилась, т.е. $L' = L$, а емкость соответствует двум последовательно соединенным конденсаторам с емкостями C ,

т.е. $C' = \frac{C \cdot C}{C + C} = C/2$. Таким образом, частота в новом контуре

$$\nu' = \frac{1}{2\pi\sqrt{L'C'}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC/2}} = \frac{\sqrt{2}}{2\pi\sqrt{LC}} = \nu\sqrt{2}, \quad (2)$$

т.е. частота изменится в

$$\frac{\nu'}{\nu} = \sqrt{2} \text{ раза.}$$

Критерии оценки

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
8	Полное верное решение. Решена система уравнений.
7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты.
6-7	Правильно записаны выражения для периода колебаний
4-5	Есть понимание физики явления.
3-1	Есть уравнения, но отсутствует решение.